

ORIENTACION ASTRONOMICA DE PRECISION  
CUANDO LA HORA DE OBSERVACION  
ES DESCONOCIDA (\*)

HONORATO DE CASTRO (\*\*)

Problemas hay, como éste de la orientación astronómica, que han sido minuciosamente estudiados y resueltos, pero que en ocasiones presentan matices y modalidades tales que nos obligan a fijar en ellos nuestra atención para amoldarlos a necesidades nuevas que a consecuencia del general progreso científico se presentan.

Punto de partida fundamental es la orientación, por ejemplo, para quien a la fotogrametría dedique sus desvelos y, si ha de trabajar con alguna precisión, tendrá que prescindir de la brújula y de los métodos aproximados de sombras apelando a determinaciones de carácter astronómico. El método que tiene la preferencia, tanto por su precisión como por la sencillez de su aplicación, es el de azimutes de la Polar. El operador que le aplica dirige una visual a la Estrella Polar, hace una lectura del azimut instrumental y de la hora en que observa; utiliza unas

(\*) Original recibido en 1955.

(\*\*) Geofísico de Petróleos Mexicanos.

tablas que dan el azimut verdadero para compararlo después con el instrumental y deducir de esta comparación la posición del meridiano. Exige, pues, el método conocer la hora local de observación así como el estado de nuestro reloj, es decir, la diferencia entre la hora que marca y la que debiera marcar, y ello nos obliga a resolver un problema previo. Para saber si nuestro reloj está adelantado o retrasado, podríamos seguir uno de los dos métodos que los anuarios astronómicos aconsejan, métodos que dan la precisión suficiente al problema y cuya práctica es rápida y sencilla. Son estos métodos el de observación de los momentos de salida o puesta del Sol y el de observación de la culminación de una estrella. Exige el primero de estos métodos que el horizonte esté despejado de obstáculos, y, si el observador se encuentra, como sucede en ocasiones a un operador de fotogrametría, en una región accidentada, en una región montañosa, la salida o puesta del Sol no podrán ser observadas en el horizonte verdadero y el método será inaplicable, a no ser que modifiquemos el de azimutes de la polar para trabajar sin que sea preciso conocer la hora de observación. Tal es nuestro propósito y tal es la finalidad de éste artículo. Estudiaremos una modificación del método de azimutes de la Polar que nos permita determinar la meridiana sin conocer la hora local de observación e indicaremos otros que nos permitan llegar a idénticos resultados.

Cuando el operador no pueda observar los momentos de salida o puesta del Sol para conocer la hora local, podría acaso observar la culminación de una estrella para determinar el estado de su reloj; en el curso del artículo hemos de ver que esta observación, la de la culminación de una estrella, puede servir para combinarla con la de la Polar resolviendo de plano la cuestión sin que sea preciso utilizarla como puente.

Esta cuestión interesa de manera semejante a los artilleros. Han de orientar su campo de tiro así como la situación del enemigo y, como esta orientación han de hacerla por lo general durante la noche, ya que durante la noche efectúan la mayor parte de sus avances para emprender el fuego al amanecer, re-

## ORIENTACION ASTRONOMICA DE PRECISION

sulta que se verán precisados a utilizar medios astronómicos para fijar su línea de referencia. La determinación de hora puede presentar para un artillero dificultades aún mayores que para un operador de fotogrametría y de ahí el interés que para él puede tener esta cuestión.

Ciertó que los receptores radiotelefónicos, en combinación con una carta topográfica, nos permiten conocer la hora con una aproximación más que suficiente para las necesidades del actual problema, pero, bien sabido es que, cuando la distancia a la estación emisora elimine los receptores de galena, no podemos pensar en la recepción de la hora por un aparato de lámparas, procedimiento prácticamente inaplicable para ciertos trabajos de campo a causa de las molestias que lleva consigo la instalación de acumuladores o pilas ajenos a esta clase de receptores.

De entre los métodos que puede seguir un observador para determinar la posición de la meridiana, hay tres de ellos a los cuales no más que de aproximados se les puede calificar. Se refieren éstos métodos a observaciones del Sol y se conocen como: método de sombra mínima; método de sombras iguales, y, método de la sombra proyectada por el Sol a su paso por el primer vertical (plano vertical perpendicular al meridiano).

La razón de llamar aproximados a estos métodos es la de que su falta de precisión (que obedece a motivos que iremos analizando sucesivamente) puede ser muy grande.

La principal causa de error, que afecta a los tres métodos a la vez, estriba en la imprecisión con que se determina la dirección de la sombra de una varilla o de un hilo vertical. La sombra no es una línea limpia y precisa; lo es en la parte más próxima al pie de la varilla, pero pierde su nitidez y se desdibuja a medida que de él nos separamos. Además de esta causa común a los tres métodos, citaremos para cada uno de ellos las siguientes:

a).—*Método de sombra mínima.*—Una varilla vertical proyectará una sombra mínima cuando sea máxima la altura del

Sol sobre el horizonte y si admitimos que ésto ocurre al paso del Sol por el meridiano despreciando, claro está, la alteración producida por la variación de la declinación de aquel astro, resulta que la dirección de la sombra mínima coincidirá con la línea meridiana ;pero hace falta saber que la sombra es mínima y para ello sería preciso marcar en cada momento los puntos que corresponden al extremo de la sombra para obtener su lugar geométrico, que no es otro que la sección producida por el plano del horizonte en la superficie cónica que tiene como vértice el extremo superior de la varilla y como directriz el paralelo que el Sol describe por virtud de su movimiento diurno aparente. El lugar geométrico en cuestión, que en nuestras latitudes es una rama de hipérbola, podrá ser determinado por medio de puntos y será necesario conocer cuál de ellos es el más próximo al pie de la varilla para que la meridiana quede determinada por ambos. En definitiva se reduce la cuestión a hallar el vértice de la rama de una hipérbola obtenida por puntos con una gran imprecisión.

La dirección que corresponde a la sombra mínima podría ser hallada si conociéramos la hora del paso del Sol por el meridiano. En este caso no hace falta dibujar el lugar geométrico a que antes hemos hecho referencia, pero entonces interviene otra causa de error que conviene señalar y cuyo influjo es necesario estudiar. Los anuarios astronómicos publican las horas del paso del Sol por un cierto meridiano, el que corresponde al lugar de su publicación. Con este elemento y la diferencia de longitudes entre el referido meridiano y el que corresponde a un observador podremos hallar fácilmente la hora del paso del Sol por el meridiano de este observador, pero siempre será necesario disponer de un reloj que no tenga estado, es decir, que ni este adelantado ni atrasado, ó si lo está, que su adelanto ó atraso sea conocido. Cuando no sea así cometeremos un error en la hora del paso y este error tendrá una influencia en la dirección de la meridiana que estará enlazado con el error en hora  $dt$  por la fórmula que expresa la velocidad en azimut. Y como es sabido que la velocidad en azimut es máxima en el meridiano, re-

sultará que para las determinaciones de que estamos tratando

$$\frac{dA}{dt} = \text{máximo}$$

es decir:  $dA = (\text{máximo}) dt$

Resulta pues que un error  $dt$  en hora produce una influencia máxima en el error en azimut, ya que este error  $dA$  es igual al producto del error  $dt$  por un factor que, en aquellos momentos, pasa por un máximo.

b).—*Método de sombras iguales.*—Si tenemos una ó varias circunferencias cuyo centro coincide con el pié de la varilla y tuviéramos además dibujado el lugar geométrico que corresponde al extremo superior de la misma, es evidente que, si prescindimos, al igual que en el anterior método, de las alteraciones producidas por la variación de la declinación del Sol, el lugar geométrico en cuestión vendría a cortar a cada una de las circunferencias en puntos simétricos con relación al plano del meridiano, y a la meridiana por consecuencia. Esta simetría se deduce fácilmente de la consideración de que las sombras iguales de la varilla corresponden a iguales alturas del Sol, y, si escribimos las relaciones que enlazan la altura  $h$  del astro con la latitud del observador  $L$ , la declinación  $d$  del astro y su ángulo horario  $t$ , tendremos:

Para la primera posición:

$$\text{sen } h = \text{sen } L \text{ sen } d + \text{cos } L \text{ cos } d \text{ cos } t'$$

Y para la segunda:

$$\text{sen } h = \text{sen } L \text{ sen } d + \text{cos } L \text{ cos } d \text{ cos } t$$

de donde deducimos:

$$\text{cos } t = \text{cos } t'$$

y como  $t$  no puede ser igual a  $t'$  tendrá que ser

$$t = - t'$$

lo cual nos indica que a alturas iguales corresponden horarios iguales y de signo contrario, es decir, posiciones simétricas con relación al plano del meridiano.

La meridiana será pues la bisectriz del ángulo formado por las direcciones que corresponden a dos sombras iguales, y claro está que la precisión en dirección de esta bisectriz vendrá influida por la precisión con que se hayan determinado las direcciones de las sombras.

El punto que fija cada una de las sombras es el de intersección de la circunferencia con la rama de hipérbola anteriormente aludida, y en la determinación de la precisión de este punto de intersección influirá el ángulo bajo el cual se corten estas dos líneas. Si las dos posiciones están muy próximas al meridiano, es decir, si entre los dos momentos que corresponden a las alturas iguales ha transcurrido muy poco tiempo, la circunferencia trazada en el plano horizontal y la rama de hipérbola se cortarán bajo un ángulo muy próximo a cero y entonces el punto de intersección de las dos líneas quedará muy mal determinado, produciendo un gran influjo en la posición de la meridiana el error que cometemos en el dibujo de la rama de hipérbola. Para que esta causa de error desaparezca será preciso que el ángulo, bajo el cual se corten las expresadas líneas, sea lo más grande posible, es decir, será preciso dejar que entre las dos posiciones transcurra un gran intervalo de tiempo. Pero en tal caso las alturas del Sol serán menores, las sombras de la varilla tendrán mayor longitud y será mayor la imprecisión con que podamos fijar la posición de su extremo, de modo que lo que hayamos ganado por un lado lo perdemos por el otro.

c).—*Sombra del Sol a su paso por el primer vertical.*— Es este método el de mayor precisión de los hasta ahora considerados. La razón estriba en que para astros que como el Sol no tienen en nuestras latitudes digresión máxima, la velocidad en azimut es mínima en el primer vertical y por consecuencia será mínimo el influjo del error en la hora del paso.

Se determina por este procedimiento la dirección de la sombra de una varilla o hilo vertical al paso del Sol por el primer vertical. La sombra en cuestión debe coincidir con la línea Este-Oeste, y, para determinarla será preciso conocer la hora del

paso y además, que en ese momento esté el Sol sobre el horizonte. Esta última condición pone un límite a la aplicación del método toda vez que en nuestras latitudes (hemisferio norte), el Sol estará sobre el horizonte, a su paso por el primer vertical, en el tiempo que va del equinoccio de la primavera al del otoño. Y como para que la sombra tenga alguna precisión en su dirección el Sol debe tener una altura que no sea demasiado pequeña, resulta que los límites del período de tiempo durante el cual es aplicable el método quedan más restringidos.

La hora del paso del Sol por el primer vertical se obtendrá como es sabido, restando, para el paso oriental y sumando para el paso occidental, a la hora del paso del Sol por el meridiano el valor del arco semi-diurno del Sol, expresado en tiempo medio y obtenido por medio de los valores de la latitud  $L$  del observador y la declinación  $d$  del Sol el día de la observación según la fórmula:

$$\cos t = \cot L \operatorname{tg} d$$

En varias colecciones astronómicas existen tablas de doble entrada que dan calculados los valores del arco semi-diurno y que permiten, sin más que una sencilla interpolación, hallar el valor que corresponda a los particulares de  $L$  y  $d$  si no estuviesen contenidos en la tabla.

*Determinaciones de la meridiana por medio de anteojos.*— La precisión en la determinación de la meridiana aumentará notablemente si sustituimos la dirección de las sombras por la que determinan el centro óptico y el centro del retículo de un antejo. El cambio de sistema permite también cambiar de astro observado prescindiendo del Sol y, con él, de las variaciones o perturbaciones que produce el cambio de su declinación así como de la complicación que en la práctica resulta del hecho de que el Sol no es un punto brillante sino un disco con diámetro aparente. La precisión aumentará cuando, en lugar de observar al Sol observamos estrellas, y a los métodos de sombra mínima, sombras iguales y sombra a su paso por el primer vertical, co-

responderán los métodos de culminación, de alturas iguales y de pasos por el primer vertical.

*Método de culminación de una estrella.*—Está fundado este método en el hecho de corresponder la culminación o altura máxima de una estrella a su paso por el meridiano y a la relación.

$$T = a + t$$

que enlaza la hora sidérea  $T$  con la ascensión recta  $a$  y el ángulo horario  $t$  de la estrella observada. Cuando ésta pasa por el meridiano (paso superior) será nulo su ángulo horario y deberá suceder que

$$T = a$$

es decir, que la estrella pasa por el meridiano cuando un reloj de tiempo sidéreo, ajustado a tiempo sidéreo local, señale una hora igual a la ascensión recta de la estrella observada. De estas consideraciones se deducen dos métodos. El primero se reduce a dirigir una visual a la estrella en cuestión manteniéndola constantemente en el hilo horizontal del retículo mediante el movimiento del anteojo en el sentido de las alturas y girando el instrumento en torno del eje vertical para mantener la imagen de la estrella en el hilo vertical del retículo en tanto en cuanto la estrella crece en altura, deteniendo el movimiento en azimut cuando la altura de la estrella haya dejado de crecer. Este método, que es idéntico al de la sombra mínima del Sol, tiene, como aquél la causa de la imprecisión que produce el corresponder una velocidad máxima en azimut a una velocidad nula en altura.

El segundo método se reduce a dirigir una visual a la estrella siguiéndola mediante un giro en azimut y altura hasta el momento en que el reloj señale una hora igual a la ascensión recta de la estrella observada. La principal causa de error, en este método, es que a un pequeño error en la hora señalada por nuestro reloj (error que se presentará siempre en mayor o me-

## ORIENTACION ASTRONOMICA DE PRECISION

nor proporción) corresponde un gran error en azimut por ser máxima, como dijimos anteriormente, la velocidad en azimut que corresponde a las estrellas cuando pasan por el meridiano.

*Método de alturas iguales.*—Ocupando una estrella posiciones simétricas con relación al meridiano cuando alcance alturas iguales sobre el horizonte, resulta que el meridiano podría ser determinado por el siguiente expediente. Dirijamos una visual a una estrella y, por un giro azimutal del instrumento mantengámosla en el hilo vertical del retículo continuando el referido movimiento azimutal hasta el momento en que cruce por el hilo horizontal; leamos después en el círculo horizontal la lectura,  $a_1$  que corresponde a esta posición azimutal y esperemos después a calcular otra lectura  $A_2$  en la posición simétrica cuando el astro descienda sin que hayamos variado la altura del anteojo y sólo su azimut. El anteojo se encontrará situado en el plano meridiano cuando hagamos en el círculo horizontal una lectura a igual a la semisuma de las lecturas  $a_1$  y  $a_2$ .

Este método tiene como su semejante, el de sombras iguales, el inconveniente de que la determinación del punto de intersección del hilo horizontal del retículo con la trayectoria seguida por la estrella en el campo del anteojo se hará muy mal a causa del pequeño ángulo que forman las dos líneas, mientras las observaciones no se hagan lejos del plano meridiano, presentando en tal caso el inconveniente que corresponde a todos los métodos que exigen observaciones separadas por un gran intervalo de tiempo.

*Método de pasos por el primer vertical.*—Este método, al que consideramos como de gran precisión, tiene, cuando se observan estrellas, una gran ventaja sobre el método de observación de pasos del Sol por el referido círculo. Consiste esta ventaja en que desaparecen los límites entre los cuales era el método aplicable. En cualquier punto en que se encuentre el observador podrá durante todo el año ver pasar estrellas por el primer vertical. Además el Sol tan sólo puede ser observado dos

veces en un día, una en su paso oriental y otra en su paso occidental. La existencia del gran número de estrellas observables nos permitirá aplicar el método a hora cómoda o repetirlo, bien para subsanar una equivocación, bien para obtener una mayor precisión con los resultados correspondientes a las diversas observaciones. Para practicar este método será preciso conocer la hora del paso de las estrellas por el primer vertical, conocimiento que se obtiene sin más que restar para el paso oriental o sumar para el paso occidental a la ascensión recta de la estrella el valor del horario  $t$  que podríamos calcular por la fórmula ya escrita para el caso del Sol,

$$\cos t = \cot L \operatorname{tg} d$$

o tabular en una tabla de doble entrada con los argumentos  $L$  y  $d$  convenientemente espaciados.

Conocida la hora del paso, bastaría pues dirigir una visual a la estrella y esperar a que un reloj de tiempo sidéreo, ajustado a tiempo sidéreo local, marque una hora igual a la que corresponde al paso observado.

Cuando se trate de observación de estrellas pequeñas, como sucederá en general, ya que las grandes no abundan, será imprescindible conocer la altura de la estrella a su paso por el primer vertical para poner el antejo en la dirección correspondiente momentos antes del paso y para esperar así a que la estrella entre en el campo del antejo, lo cual disminuye el peligro de confundirla con otra de magnitud semejante.

La altura en cuestión se calculará por medio de la fórmula

$$\operatorname{sen} h = \operatorname{sen} d \div \operatorname{sen} L$$

Para hallar el valor de  $h$  podríamos también utilizar una tabla de doble entrada construida de modo semejante a la que hemos indicado para hallar el valor del horario  $t$ .

Si pues observamos una estrella en el primer vertical, bastará girar el instrumento noventa grados en azimut para tenerle situado en el plano del meridiano.

## ORIENTACION ASTRONOMICA DE PRECISION

*Métodos de digresiones máximas de estrellas.*—Si recordamos el concepto y las circunstancias en que se produce la digresión máxima de una estrella, tendremos explicados los dos métodos a que estas observaciones pueden dar lugar.

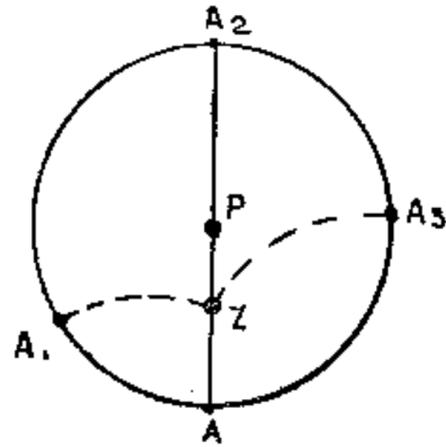


Fig. 1ª

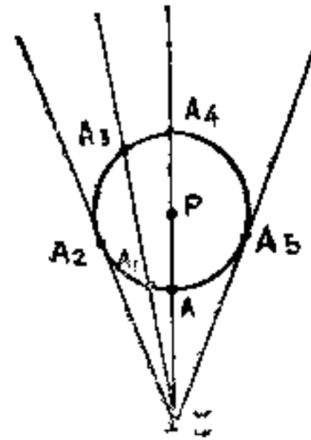


Fig. 2ª

Si suponemos una estrella que por virtud de su movimiento diurno aparente describe un paralelo de declinación  $A A_1 A_3$  (fig. 1a.) que contiene en su interior el cenit  $Z$  del observador, resulta que para esta estrella el azimut  $a$ , que tiene el valor cero cuando pasa por el meridiano en  $A$ , crece de una manera continua, alcanzando el valor de  $180^\circ$  cuando vuelve a pasar por el meridiano (paso inferior) en  $A_2$  y llegando a  $360^\circ$  al pasar nuevamente por el meridiano. Mas si consideramos una estrella como la  $A$  de la figura segunda que describe por virtud de su movimiento diurno aparente un paralelo de declinación tal como el  $A_1 A_2 A_3$  en que el cenit  $Z$  del observador no está contenido en su interior, resulta que, el azimut no podrá alcanzar todos los valores posibles, como sucedía a la estrella del ejemplo anterior. Para el caso actual, la estrella no puede salir del ángulo diedro formado por los verticales del astro  $A_2Z$  y  $A_5Z$ . En esas posiciones extremas la estrella alcanzó su separación máxima respecto del plano del meridiano y de aquí el nombre de *digresiones máximas* con que se las distingue.

Fijémonos ante todo que no todas las estrellas pueden alcanzar esta posición especial en un lugar determinado. Para que

la digresión máxima se verifique será preciso que el radio del paralelo descrito, es decir, la distancia polar o complemento de la declinación de la estrella, ha de ser menor que la distancia del polo al cenit del observador que es el complemento de su latitud. Así pues, en un lugar de latitud  $L$  sólo podrá ser observado el fenómeno para aquellas estrellas que cumplan con la condición de ser " $d$  mayor que  $L$ ", y para que sea posible observar la digresión máxima de un astro determinado, el observador deberá estar situado en un lugar cuya latitud sea menor que la declinación del astro en cuestión. Por esta razón no podemos en nuestras latitudes observar la digresión máxima del Sol ya que el fenómeno sólo tiene realidad en lugares de latitud inferior a la declinación  $23^{\circ} 27'$ , máxima que en el transcurso del año puede alcanzar el Sol.

Otra circunstancia en que debemos fijar nuestra atención es la de ser rectángulo el triángulo de posición (el triángulo formado por el Polo, el cenit y la estrella) cuando ésta se encuentra en la posición de su digresión máxima. Vemos en efecto, según indica la figura segunda, que a una posición cualquiera de la estrella  $A1$  corresponde un plano vertical que corta en dos puntos, el  $A1$  y el  $A3$ , al paralelo de declinación descrito por la estrella. A medida que la estrella se mueve en su paralelo, el plano vertical gira en torno de  $Z$ , y los puntos de intersección  $A1$  y  $A3$  llegan a confundirse en el  $A2$  cuando la estrella llega a la posición de su digresión máxima. El plano vertical que corresponde a esta posición  $A2$ , será tangente al paralelo y por tanto perpendicular al radio  $PA2$ , que no es otro que el círculo horario del astro. El ángulo en  $A2$  del triángulo  $PA2Z$  vale  $90^{\circ}$ , propiedad que hemos de utilizar para determinar la meridiana si observamos tan sólo una de las dos digresiones.

*Observación de las dos digresiones de una estrella.*—Como los dos planos verticales  $ZA2$  y  $ZA5$  que corresponden a las dos digresiones máximas de la estrella, son tangentes al paralelo descrito por la misma, deberán ser simétricos con relación al plano meridiano  $ZP$  que pasa por el centro  $P$  de aquel paralelo. Ello

## ORIENTACION ASTRONOMICA DE PRECISION

nos permite determinar la meridiana sin más que dirigir visuales a la estrella en las dos posiciones A2 y A5, leyendo los azimutes instrumentales que corresponden a cada una de estas dos posiciones. El azimut instrumental, que corresponde a la posición del meridiano, será igual a la semisuma de las dos lecturas efectuadas.

Tiene este método, que es de gran precisión, las ventajas y los inconvenientes que vamos a ennumerar.

Es ciertamente una ventaja el que la determinación pueda efectuarse sin que sea indispensable conocer la latitud del observador, la declinación del astro observado y la hora de observación.

Otra de las ventajas que presenta este método es la de cambiar el signo de la variación del azimut cuando la estrella llega a su máxima digresión. Si consideramos por ejemplo la digresión oriental A5, veremos que el azimut crece antes de llegar a esa posición y decrece después. Así es que, si dirigimos una visual a la estrella en cuestión y queremos mantener su imagen en el hilo vertical del retículo, será preciso que demos al instrumento un movimiento de rotación en torno de la vertical, movimiento que se irá haciendo cada vez más lento, a medida que la estrella se acerque a la posición de su digresión máxima. En ella, se detiene la estrella un cierto tiempo y cambia el sentido de su movimiento. La posición azimutal de la digresión máxima la habremos obtenido si no cambiamos el sentido de rotación del instrumento y nos hemos detenido en la posición límite.

Este método sería ideal si las dos digresiones, oriental y occidental, no estuvieran separadas por un intervalo de tiempo tan grande, razón por la cual puede suceder que, observada una digresión, no sea posible observar la compañera, bien sea porque haya llegado el día o porque no esté el cielo despejado cuando esta segunda digresión se produzca.

Aunque no sea preciso, como hemos dicho anteriormente, conocer la latitud del observador, declinación del astro observado y hora local, será sin embargo muy conveniente este co-

nocimiento para calcular el puntero de la estrella y para no perder el tiempo esperando a que la digresión máxima se produzca. De la determinación de estos elementos hablaremos al tratar del caso en que se observe una sola digresión.

*Observación de una sola digresión.*—La posición de la meridiana puede ser determinada mediante la observación de una sola digresión máxima, si conocemos el número suficiente de elementos para resolver el triángulo de posición, calculando el valor del ángulo en el cenit del referido triángulo.

Como este triángulo es, según dijimos, rectángulo, bastarán dos elementos para resolverle y éstos pueden ser: colatitud del observador (lado P Z) y distancia polar del astro observado. Las fórmulas de los triángulos rectángulos, aplicadas a este caso, nos permiten hallar el valor de az (azimut, contado desde el norte) y hacia el este o hacia el oeste según que se trate de la digresión oriental o de la occidental.

La fórmula aludida que es:

$$\text{sen } az = \cos d : \cos L$$

permite construir una tabla de doble entrada para eliminar el trabajo de cálculo en el momento de la observación. Si pues observamos una digresión y giramos el instrumento en torno de la vertical un valor azimutal  $a$ , hacia la izquierda o hacia la derecha, según que hayamos observado la digresión oriental o la occidental, tendremos el anteojo situado en el plano del meridiano.

Para facilitar la observación será preciso conocer la hora a la que el fenómeno se produce, conocimiento que nos ahorrará mucho tiempo, y será conveniente también conocer la altura que alcanza la estrella en el momento correspondiente a su digresión máxima.